Algebra3

5. gyakorlat

1. $G/Z(G)$ nem ciklikus, kivéve, ha G kommutatív.
2. Ha p prím, $n \geq 1$ és $|G| = p^n$, akkor $Z(G) \neq 1$.
3. Ha p prím, akkor minden p^2 rendű csoport izomorf Z_{p^2} és Z_p^2 közül pontosan az egyikkel.
4. Ha $p > 2$ prím, akkor minden $2p$ elemű csoport izomorf Z_{2p} és D_p közül pontosan az egyikkel.
5. Bizonyítsuk be a véges Abel-csoportok alaptételét nyolcelemű Abel-csoportokra!
6. Minden nem-kommutatív nyolcelemű csoport izomorf D_4 és Q közül pontosan az egyikkel.
7. Az $(\mathbb{R}, +)$, $(\mathbb{R}\backslash\{0\}, \cdot)$, $(\mathbb{R}_{>0}, \cdot)$ csoportok közül melyik melyikkel izomorf?
8. Legyen $m > 0$ egész. Mutassuk meg, hogy az a $\mathbb{Z} \to \mathbb{Z}_m$ leképezés, amely minden számhoz az m-es maradékát rendeli, unitális gyűrűhomomorfizmus. Mi a képe? Mi a magja?
9. $\mathbb{Z}/(m) \simeq \mathbb{Z}_m$.
10. Az $\mathbb{R}[x] \to \mathbb{C}$, $f(x) \mapsto f(i)$ leképezés unitális gyűrűhomomorfizmus. Mi a képe? Mi a magja?
11. $\mathbb{R}[x]/(x^2 + 1) \simeq \mathbb{C}$.