

Algebra3

9. feladatsor

1. Hány elemű az $\mathbb{F}_3[x]/(x^2 + 1)$ faktorgyűrű? Test-e? Mi a helyzet, ha $x^2 + 1$ helyett $x^2 - 1$ szerepel?
2. Mutassuk meg, hogy minden másodfokú testbővítés normális.
3. Normális-e a $\mathbb{Q}(\alpha)|\mathbb{Q}$ testbővítés, ha α értéke $\sqrt[4]{2}$, $\cos(2\pi/9)$, illetve $(1+i)/\sqrt{2}$?
4. Keressünk olyan t számot, amelyre $\mathbb{Q}(t) = \mathbb{Q}(\sqrt{2}, \sqrt{3})$.
5. Határozzuk meg a $\mathbb{C}|\mathbb{R}$ és $\mathbb{Q}(\sqrt{2}, \sqrt{3})|\mathbb{Q}$ bővítések Galois-csoportját. Normálisak-e ezek a bővítések?
6. Határozzuk meg a \mathbb{Q} , illetve az \mathbb{R} test automorfizmusait!
7. Hány elemű az f polinom \mathbb{F}_2 feletti felbontási teste, ha $f(x) = x^3 + x + 1$, $f(x) = x^4 + x^2 + 1$, illetve $f(x) = x^6 + x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$?
8. Mutassuk meg, hogy ha a K test nem tökéletes, akkor van olyan $f \in K[x]$ irreducibilis polinom, amelynek van többszörös gyöke a felbontási testében.

Algebra3

9. feladatsor

1. Hány elemű az $\mathbb{F}_3[x]/(x^2 + 1)$ faktorgyűrű? Test-e? Mi a helyzet, ha $x^2 + 1$ helyett $x^2 - 1$ szerepel?
2. Mutassuk meg, hogy minden másodfokú testbővítés normális.
3. Normális-e a $\mathbb{Q}(\alpha)|\mathbb{Q}$ testbővítés, ha α értéke $\sqrt[4]{2}$, $\cos(2\pi/9)$, illetve $(1+i)/\sqrt{2}$?
4. Keressünk olyan t számot, amelyre $\mathbb{Q}(t) = \mathbb{Q}(\sqrt{2}, \sqrt{3})$.
5. Határozzuk meg a $\mathbb{C}|\mathbb{R}$ és $\mathbb{Q}(\sqrt{2}, \sqrt{3})|\mathbb{Q}$ bővítések Galois-csoportját. Normálisak-e ezek a bővítések?
6. Határozzuk meg a \mathbb{Q} , illetve az \mathbb{R} test automorfizmusait!
7. Hány elemű az f polinom \mathbb{F}_2 feletti felbontási teste, ha $f(x) = x^3 + x + 1$, $f(x) = x^4 + x^2 + 1$, illetve $f(x) = x^6 + x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$?
8. Mutassuk meg, hogy ha a K test nem tökéletes, akkor van olyan $f \in K[x]$ irreducibilis polinom, amelynek van többszörös gyöke a felbontási testében.